

Electrointegrator pentru solutionarea ecuatiiilor cu derivate partiale de tip eliptic.

Autor: ing. Asist. Adrian Petrescu

Numeroase probleme, care apar in stiinta si tehnica, necesita integrarea unor ecuatii cu derivate partiale de tip eliptic. Asemenea ecuatii descriu campurile, care deriva dintr-un potential, in medii omogene sau neomogene, cu surse sau fara surse.

Solutiile analitice pentru astfel de ecuatii pot fi gasite in cazurile in care neuniformitatile parametrilor mediului pot fi exprimate prin legi putin complicate, iar domeniile respective au forme geometrice simple. In toate celelalte cazuri se prefera metodele numerice, implementate pe calculatoarele digitale. Dintre metodele numerice, cea mai des folosita este metoda diferentelor finite, care reduce problema data la solutionarea unui sistem de ecuatii algebrice.

In anii 1960-1965 calculatoarele digitale, de care dispuneau cele mai multe institutii de invatamant si de cercetare, posedau memorii interne de capacitate relativ redusa, ceea ce conducea la dificultati importante in rezolvarea unor asemenea probleme.

In scopul rezolvarii unor asemenea probleme, in conditiile absentei calculatoarelor digitale, s-a propus si s-a realizat, in perioada 1962-1963, de catre inginerul Adrian Petrescu, [1], [2], [3], in cadrul lucrarii de doctorat, a unui *Electrointegrator de tip retea*, care a asigurat o precizie suficienta in cele mai multe aplicatii,

Destinatia electrointegratorului.

Electrointegratorul solutiona ecuatii de tipul urmator:

$$\Delta_{A_1, A_2}(\varphi) = (\delta/\delta x)[A_1 \cdot \delta\varphi/\delta x] + (\delta/\delta z)[A_2 \cdot \delta\varphi/\delta z] = 0; \quad (1)$$

$$\Delta\varphi = \delta^2\varphi/\delta x^2 + \delta^2\varphi/\delta z^2 = 0; \quad (2)$$

$$\Delta_{A_1, A_2}(\varphi) = (\delta/\delta x)[A_1 \cdot \delta\varphi/\delta x] + (\delta/\delta z)[A_2 \cdot \delta\varphi/\delta z] = F(x,z) \quad (3)$$

$$\Delta\varphi = F(x,z); \quad (4)$$

$$\Delta\varphi = F(x,z,\varphi); \quad (5)$$

unde:

- φ este functia cautata;
- x, z – coordonate;
- $A_1(x,z)$ si $A_2(x,z)$ – functii de coordonate, pozitive.

Ecuatiiile 1-5 pot fi solutionate pentru conditiile la limita de tipul $\varphi_\Gamma = f(x,z)$ si de tipul $(\delta\varphi/\delta n)_\Gamma = \psi(x,z)$, in care Γ reprezinta frontiera domeniului, \mathbf{n} este normala la frontiera, iar $f(x,z)$ si $\psi(x,z)$ sunt functii date.

Electrointegratorul poate solutiona ecuatii de tipul

$$(\delta/\delta x)[B(x,z) \cdot \delta\varphi/\delta x] + (\delta/\delta z)[B(x,z) \cdot \delta\varphi/\delta z] = 0; \quad (6)$$

pentru domeniile D_1 si D_2 cu frontiera comuna σ , care poate fi variabila [2].

De-a lungul frontierei comune, functia pozitiva $B(x,z)$ poate suferi o discontinuitate, iar functia cautata φ satisface conditiile de mai jos:

$$\varphi_1 \Big|_\sigma = \varphi_2 \Big|_\sigma + V(x,z); \quad (7)$$

$$B_1(x,z) \cdot \delta\varphi_1/\delta n \Big|_\sigma = B_2(x,z) \cdot \delta\varphi_1/\delta n \Big|_\sigma \quad (8)$$

$V(x,y)$ fiind o functie cunoscuta.

Construcția electrointegratorului.

Schema bloc a electrointegratorului este data în figura 1. Rețeaua (1) este de forma unui pătrat, având de-a lungul laturilor x și z câte 15 noduri. Pentru a obține domenii dreptunghiulare, fără a micșora numărul nodurilor, rețeaua poate fi "cusută".

Rețeaua este realizată/programată cu ajutorul unor rezistențe de tip stecker, care pot avea valorile: 0; 31,25; 62,5; 125; 250; 500; 1000; 2000; 2500; 3000; 4000; 5000; 8000; 10.000; 32.000; 64.000; 80.000 Ω , cu o putere disipată de 2-3 W și cu o precizie de 0,1%.

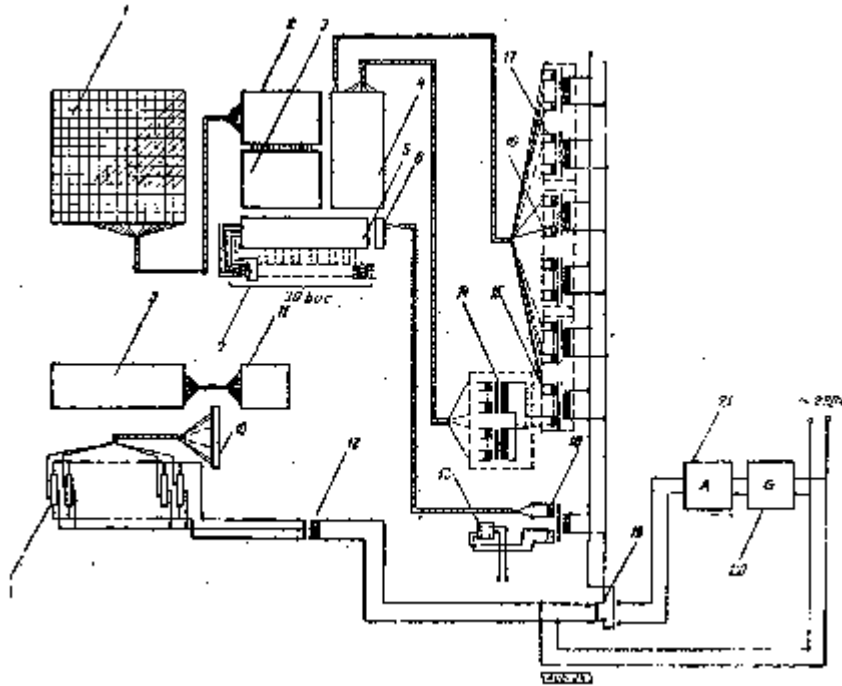


fig. 1 Schema bloc a electrointegratorului.

Pentru modelarea surselor, în cazul ecuației Poisson, electrointegratorul este prevăzut cu 60 rezistențe de 120 k Ω .

Electrointegratorul are trei divizoare de tensiune, dintre care unul servește la modelarea părții drepte a ecuației Poisson și a condițiilor la limita (panourile 3 și 4) de tipul II, altul pentru aplicarea condițiilor de tipul I și al treilea pentru obținerea unor surse independente de tensiune. Divizorul, pentru aplicarea condițiilor la limita de tipul I, este rezistiv, constând în 18 potențiometre de câte 6 Ω , cu punct median, alimentate de la un transformator de putere, ceea ce asigură valori ale potențialului între 0 și 100%.

Divizorul pentru modelarea surselor este inductiv și poate injecta curenți prin rezistențele de 120 k Ω . Curenții pot fi variați în trepte, de la înfășurarea divizorului la care se pot culege tensiuni variind în trepte de câte 50 V, în plaja 0 +/- \pm 1100V.

Sursele independente de tensiune (fără legătură galvanică între ele) s-au realizat cu ajutorul unor transformatoare cu mai multe înfășurări secundare, prevăzute cu prize, care asigură aplicarea unor tensiuni între 0 și +/- 100%, cu o precizie de 0,2%.

Numărul acestor surse este de 20.

Pentru a asigura condițiile la limita (7) și (8) s-au construit 30 de transformatoare cu pierderi minime și cu defazaje minime ale curenților și tensiunilor din primar și

secundar, conectabile prin panoul (5). Coeficientii de transformare, pentru rezolvarea unor probleme concrete, au fost urmatoarii: 1,098; 1.55; 2,195 si 3,47.

Electrointegratorul posedea o instalatie de masurare, care opera pe principiul compensatiei, pentru a nu fi influentata de variatiile tensiunii de la retea si care folosea panoul (2), pentru accesul la tensiunile din noduri.

Erorile de solutionare a problemelor de dislocuire[5], pe acest electrointegrator, s-au situat in limitele 2-3%, din valoare maxima a functiei.

Alimentarea echipamentului se realiza de la retea de 220V, 50 Hz, in cazul in care nu se foloseau transformatoarele, pentru problemele de dislocuire. In situatiile in care se utilizau transformatoarele, alimentarea era asigurata de a un generator de 450 Hz, printr-un amplificator de putere de 50W.

Vederea generala a electrointegratorului este prezentata in figurile 2 si 3.

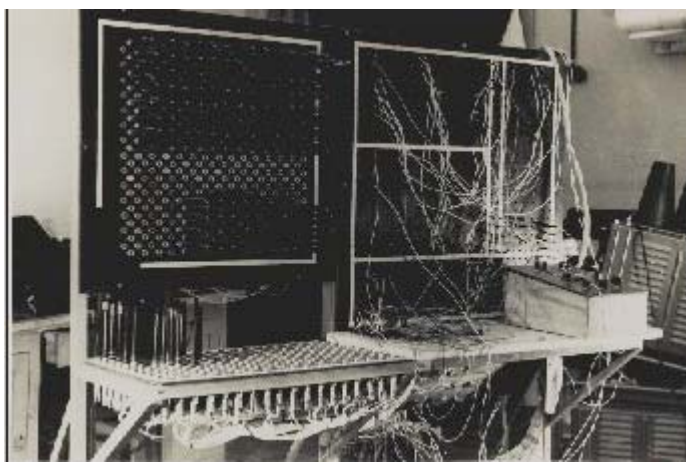


fig2. Vedere din fata a electrointegratorului

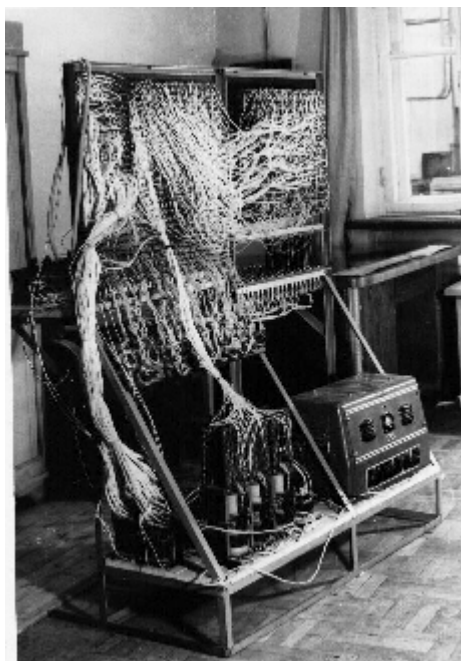


fig.3 Vedere de ansamblu, din spate, a electrointegratorului

Echipamentul are dimensiunile următoare: lungime –1.300 mm, latime: 750 mm și înălțime: 1.570 mm. Pe verticala sunt dispuse: rețeaua, panourile pentru măsuratori, comutație și aplicare a condițiilor la limită. Panoul de fixare a rezistențelor surselor de curent, panoul de conectare a acestora, bornele la care se aplică condițiile la limită și instalația de măsurare sunt dispuse pe orizontală, la nivelul superior. În spatele panourilor verticale, sunt plasate, pe o placă înclinată transformatoarele toroidale. La nivelul inferior sunt amplasate divizoarele inductive și rezistive, cât și amplificatorul de putere.

Clase de probleme rezolvate:

Electrointegratorul a fost utilizat, în principal, pentru studiul curgerilor fluidelor prin medii poroase: curgere cu suprafață liberă, dislocuirea unui fluid de către altul în condițiile unor fluide nemiscibile, cu vâscozități și densități diferite. Aplicațiile au vizat, în special, problemele care apar în proiectarea exploatarea zăcămintelor de petrol, în situațiile în care se pune problema recuperării petrolului din roca poroasă prin injectarea de apă. Soluțiile obținute prin simulare au fost comparate, atât cu soluțiile obținute pe cale analitică, cât și cu soluțiile obținute pe calculatorul numeric, rezultatele încadrându-se într-o marjă de eroare de 2-3%, ceea ce este complet satisfăcător în condițiile cunoașterii parametrilor zăcămintului petrolifer cu erori sensibil mai mari.

Bibliografie:

- [1] A. Petrescu, I.M. Tetelbaum, M.M. Maximov. Raport de cercetare. Tema 170/1963, VNII Moscova., 1963.
- [2] A. Petrescu. Modelarea problemelor cu condiția limită, din domeniul hidraulicii subterane. Lucrare de Disertație MEI. Moscova, 1963
- [3] A. Petrescu. Modelarea cu ajutorul rețelelor electrice a curgerii lichidelor incompresibile prin medii poroase neomogene în condițiile acțiunii forței gravitației. Automatica și Electronica. 8. nr.3/1964, p 97-104
- [4] A. Petrescu. Primená elektriceskih setok dlâ resenia zadaci proektirovania i analiza nefianah i gazovah mestorojdenii. Automatika. str 9-13, tom 1/1965. Zagreb, Yugoslavia.
- [5] A. Petrescu, I.M. Tetelbaum, M.M. Maximov. Electriceskoe modelirovanie porsnevogó vatesnenia nefi vodoi c ucetom raznah vesomostei i viazkostei. NaucinoTehniceskii Sbornik po Dobace Nefti.str. 74-78. NEDRA. Moscova., 1965.
- [6] A. Petrescu. Electrointegrator pentru soluționarea ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale de tip eliptic. Automatica și Electronica 10. nr.1/1966. p18-21.